

HOOFDSTUK 3

CONGRUENTIE

BLADWIJZERS:

- INTRO
- 3.2. CONGRUENTE DRIEHOEKEN
- WERKBLAD CONGRUENTIEKENMERKEN
- WERKBLAD – SAMENVATTING
- OEFENING: WELK CONGRUENTIEKENMERK?
- BEWIJS VOEREN

**HIER
WAAK
IK**



**HIER
WAAK
IK**



**HIER
WAAK
IK**



**HIER
WAAK
IK**



**HIER
WAAK
IK**

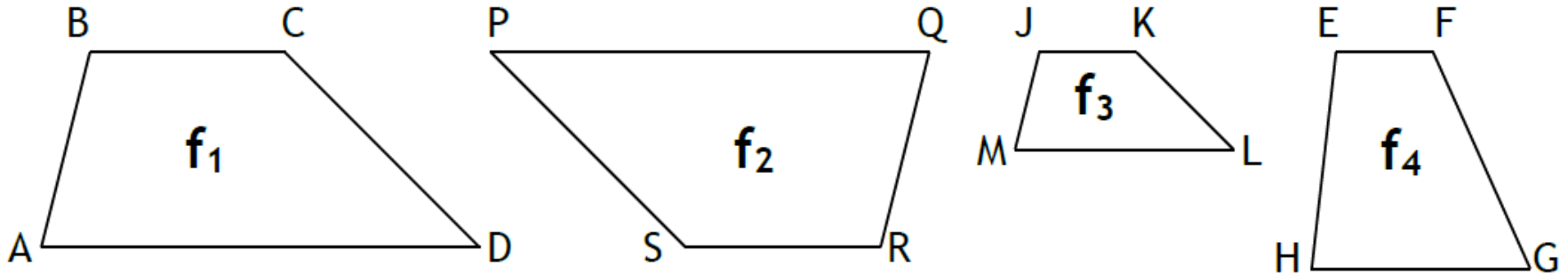


**HIER
WAAK
IK**




3.1. GELIJKVORMIGE EN CONGRUENTE VEELHOEKEN

a. Figuren



Welke veelhoeken zijn gelijkvormig? *Figuren 1, 2 en 3*

Welke veelhoeken zijn congruent? *Figuren 1 en 2*

 Welke uitspraak is juist? Zet er een kruisje voor.

- gelijkvormige veelhoeken zijn ook altijd congruente veelhoeken.*
- congruente veelhoeken zijn ook altijd gelijkvormige veelhoeken.*

b. Notaties

voor gelijkvormigheid : \sim	voor congruentie : \cong
--------------------------------	----------------------------

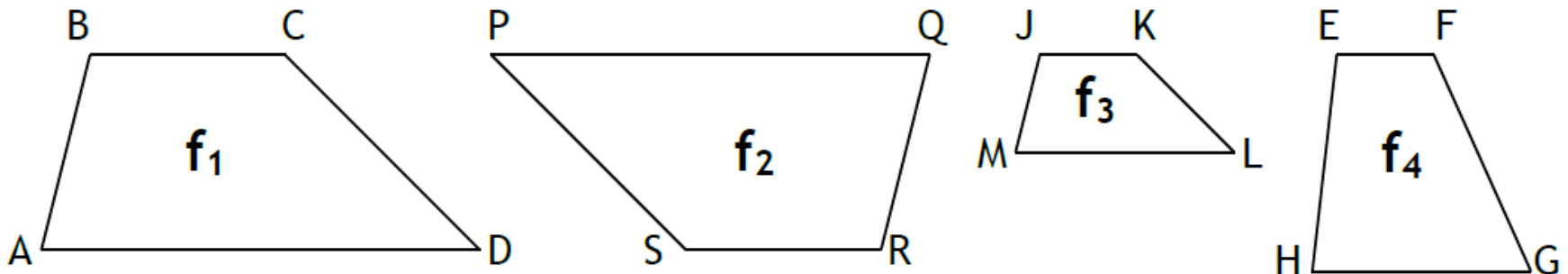
c. Benamingen

1. overeenkomstige hoeken :

- bijv. bij f_1 en f_2 : \hat{B} en \hat{R} ; bijv. bij f_1 en f_3 : \hat{B} en \hat{J}

- Wat stel je vast i.v.m. de grootte van deze overeenkomstige hoeken ?

Overeenkomstige hoeken zijn gelijk.



2. overeenkomstige zijden :

- bijv. bij f_1 en f_2 : $|AB|$ en $|QR|$; bijv. bij f_1 en f_3 : $|AB|$ en $|MJ|$

- Vaststellingen i.v.m. de lengte van zijden van congruente veelhoeken:

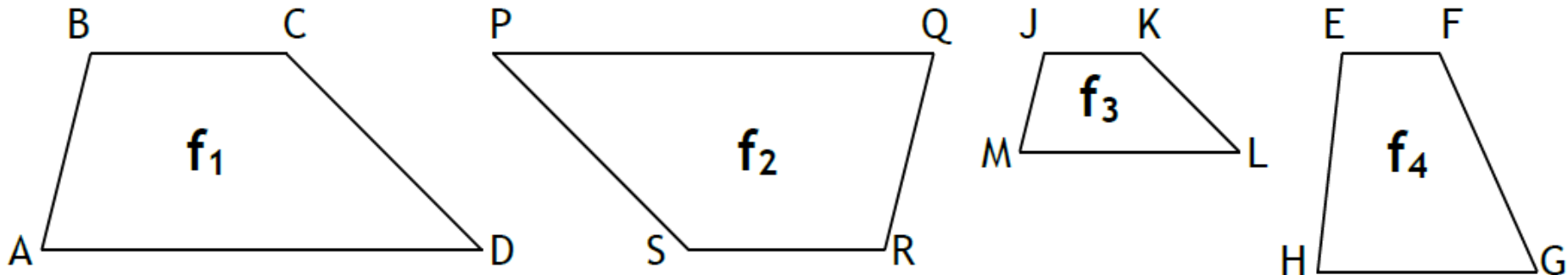
Overeenkomstige zijden zijn even lang.

- Vaststellingen i.v.m. de lengte van zijden van gelijkvormige veelhoeken:

$$\text{bereken } \frac{|BC|}{|JK|} = \frac{20 \text{ mm}}{10 \text{ mm}} = 2 \quad \text{en bereken } \frac{|AD|}{|ML|} = \frac{44 \text{ mm}}{22 \text{ mm}} = 2$$

Overeenkomstige zijden zijn evenredig.

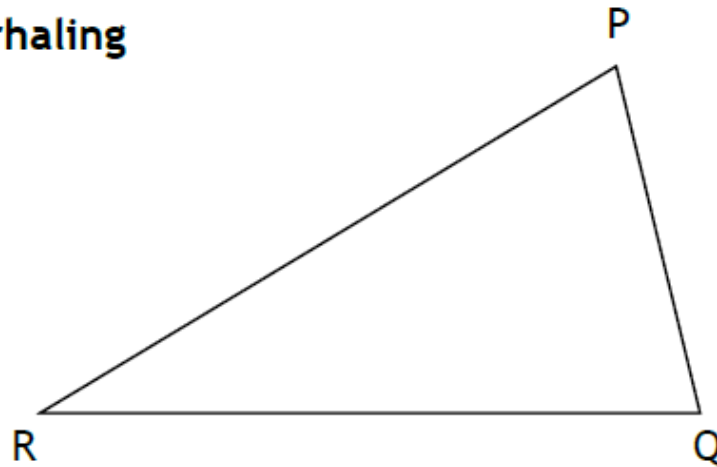
Want de verhouding is een constante. (hier = 2)



3.2. CONGRUENTE DRIEHOEKEN

a. Driehoeken: herhaling

Figuur



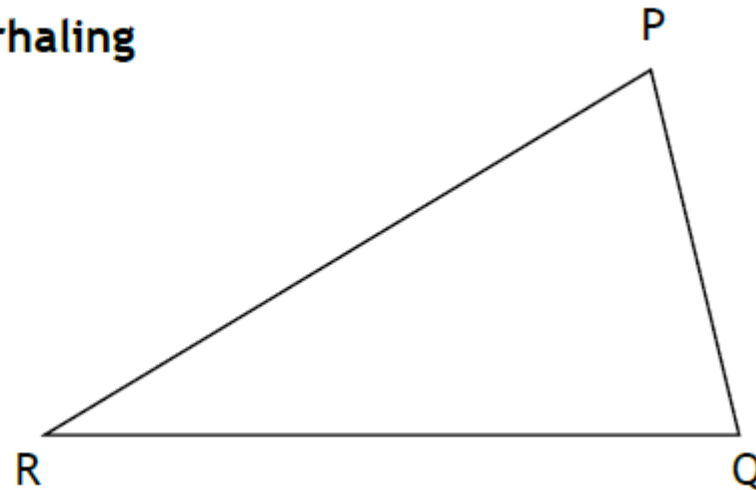
Notatie : driehoek PQR noteren we als: ΔPQR (en niet: $P\hat{Q}R$)

Benamingen

- P, Q en R noemen we de *hoekpunten* van de driehoek.
- \hat{P} , \hat{Q} en \hat{R} zijn *hoeken* van de driehoek.
→ *Bemerk het verschil tussen de notatie van een hoek en een hoekpunt !*
- $[PQ]$, $[QR]$ en $[PR]$ zijn *zijden* van de driehoek.
→ Hoe stellen we de lengte van de zijde $[PQ]$ voor ? $|PQ|$
Opletten dus in het verschil van notatie !

a. Driehoeken: herhaling

Figuur



Als we nu de hoeken ten opzichte van een zijde vergelijken, of een zijde ten opzichte van een hoek, dan ontstaan nieuwe benamingen.

- Hoeken \hat{P} en \hat{Q} zijn de *aanliggende* hoeken van [PQ].
- Hoek \hat{P} is de *ingesloten* hoek van [PQ] en [PR]
- Hoek \hat{P} is de *overstaande* hoek van [QR].

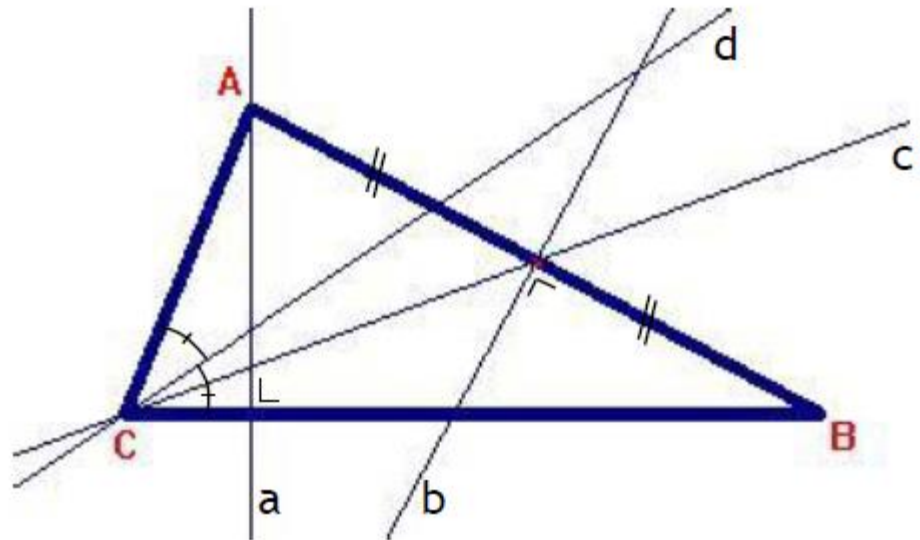
- Merkwaardige lijnen in een driehoek

a is *hoogtelijn*

b is *middelloodlijn*

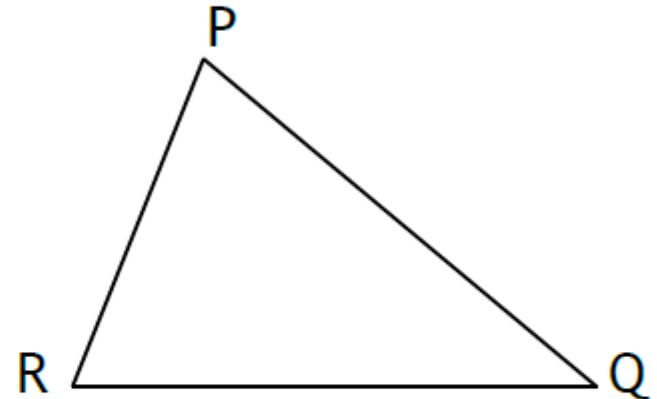
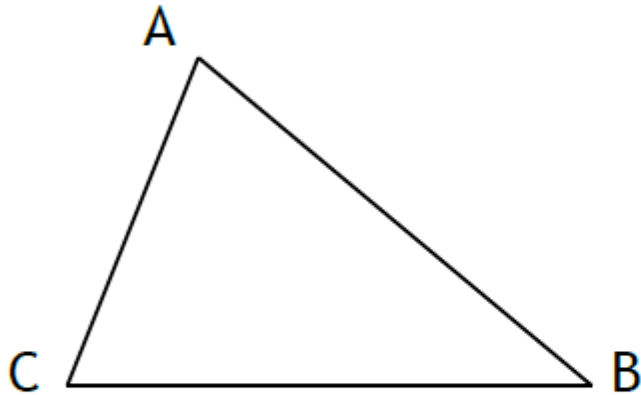
c is *zwaartelijn*

d is *deellijn (of bissectrice)*



b. Congruente driehoeken

Probleemstelling: wanneer zijn twee driehoeken congruent?



$$\Delta ABC \cong \Delta PQR \iff \begin{cases} |AB| = |PQ| \text{ en } |BC| = |QR| \\ \text{en } |AC| = |PR| \\ \hat{A} = \hat{P} \text{ en } \hat{B} = \hat{Q} \text{ en } \hat{C} = \hat{R} \end{cases}$$

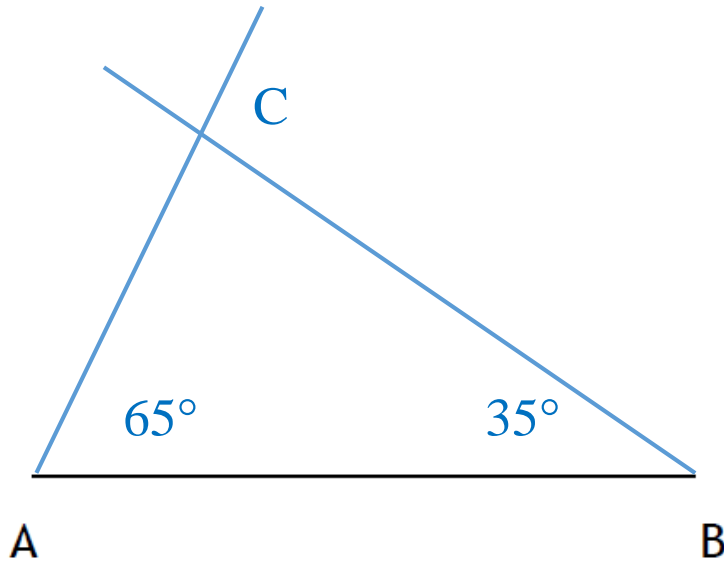
c. Congruentiekenmerken

- Werkblad “congruentiekenmerken” (zie bijlage)
- Handboek blz. 94 - 96.

Werkblad : CONGRUENTIEKENMERKEN

1. Teken een driehoek ABC

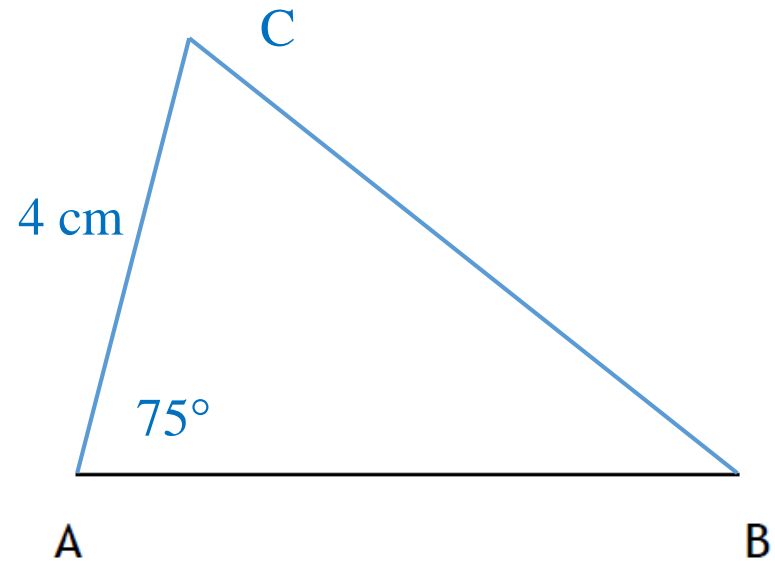
zodat $|AB| = 6 \text{ cm}$, $\hat{A} = 65^\circ$ en $\hat{B} = 35^\circ$



merk op: welke soort hoeken zijn \hat{A} en \hat{B} voor de zijde $[AB]$? *aanliggende hoeken*

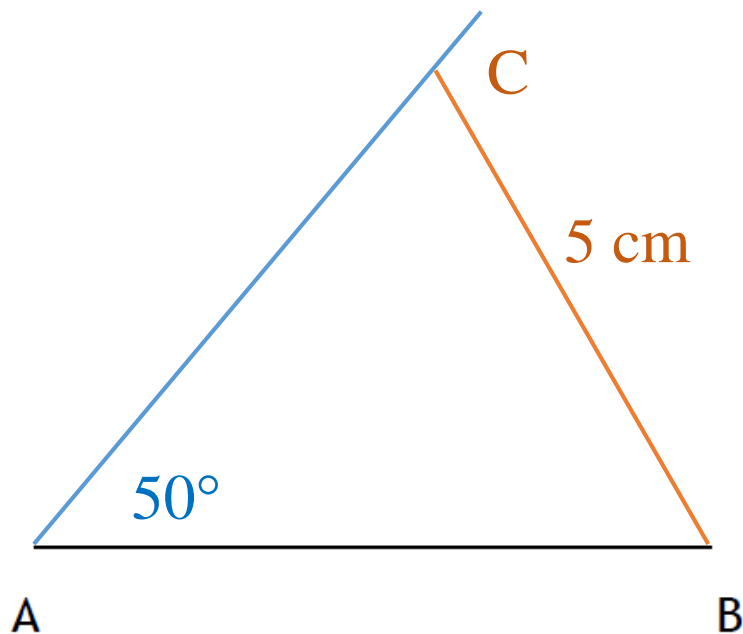
2. Teken een driehoek ABC

zodat $|AB| = 6 \text{ cm}$, $|AC| = 4 \text{ cm}$ en $\hat{A} = 75^\circ$



merk op: welke soort hoek is \hat{A} voor de zijden $[AB]$ en $[AC]$? ... *ingesloten hoek*

3. Teken een driehoek ABC
zodat $|AB| = 6$ cm, $\hat{A} = 50^\circ$ en $|BC| = 5$ cm

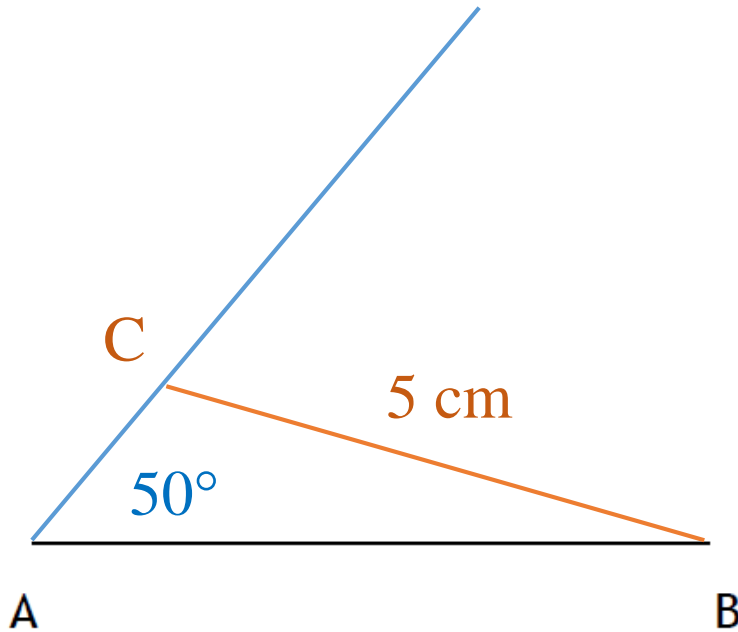


*merk op: is \hat{A} de ingesloten hoek van de
zijden $[AB]$ en $[BC]$?*

4. Teken een driehoek ABC zodat
 $|AB| = 6$ cm, $|BC| = 4$ cm en $|AC| = 5$ cm

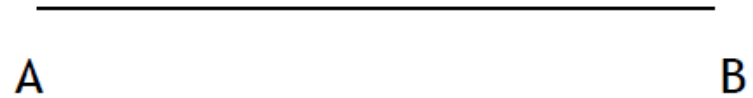


3. Teken een driehoek ABC
zodat $|AB| = 6 \text{ cm}$, $\hat{A} = 50^\circ$ en $|BC| = 5 \text{ cm}$

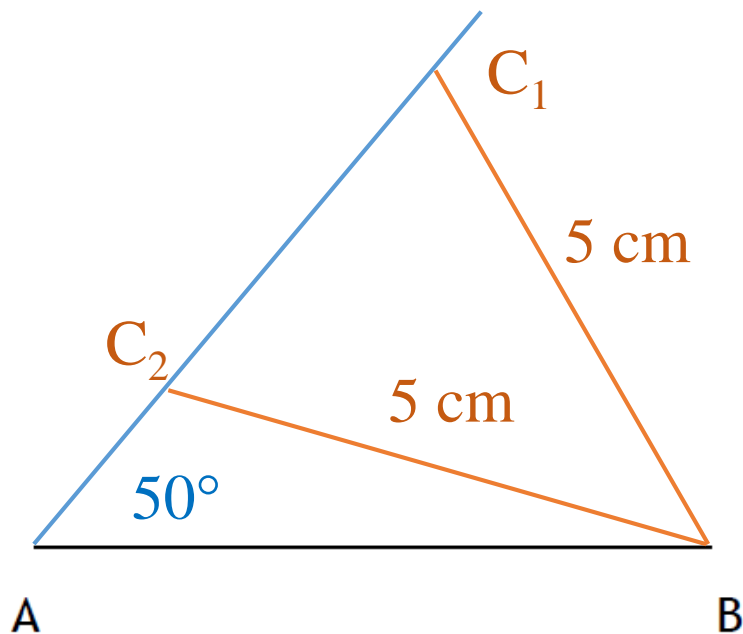


*merk op: is \hat{A} de ingesloten hoek van de
zijden $[AB]$ en $[BC]$?*

4. Teken een driehoek ABC zodat
 $|AB| = 6 \text{ cm}$, $|BC| = 4 \text{ cm}$ en $|AC| = 5 \text{ cm}$

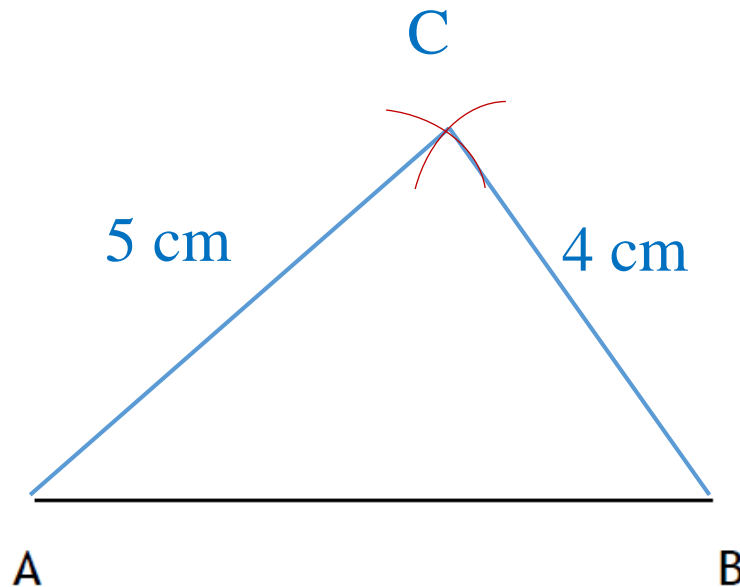


3. Teken een driehoek ABC
zodat $|AB| = 6 \text{ cm}$, $\hat{A} = 50^\circ$ en $|BC| = 5 \text{ cm}$

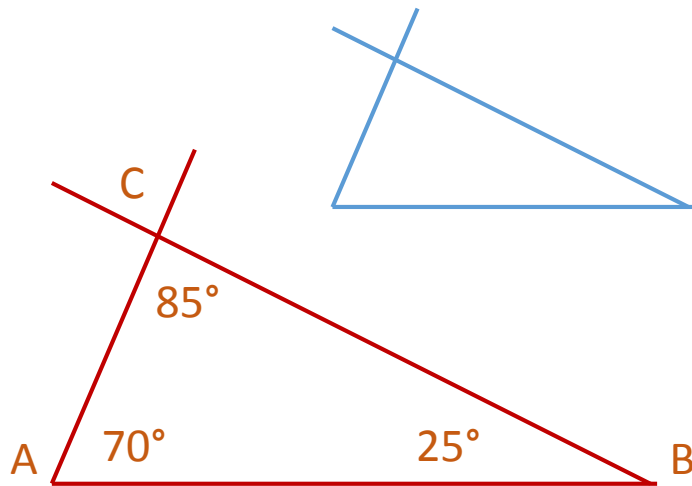


*merk op: is \hat{A} de ingesloten hoek van de
zijden $[AB]$ en $[BC]$? **NEE!**.....*

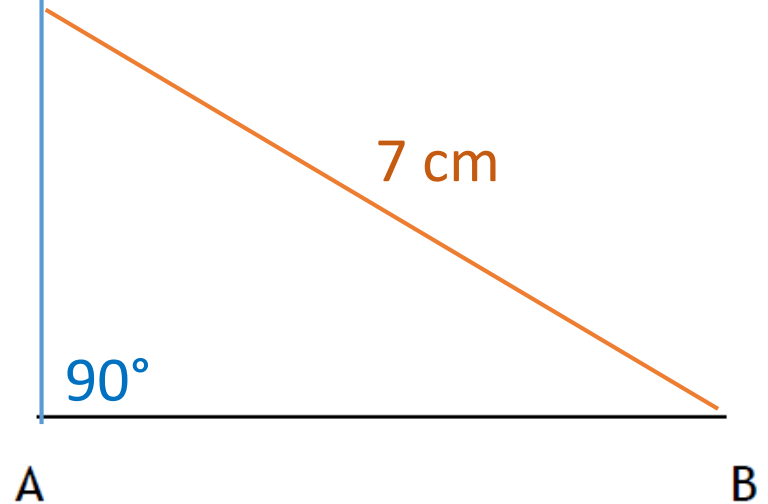
4. Teken een driehoek ABC zodat
 $|AB| = 6 \text{ cm}$, $|BC| = 4 \text{ cm}$ en $|AC| = 5 \text{ cm}$



5. Teken een driehoek ABC zodat $\hat{A} = 70^\circ$ en $\hat{B} = 25^\circ$ en $\hat{C} = 85^\circ$



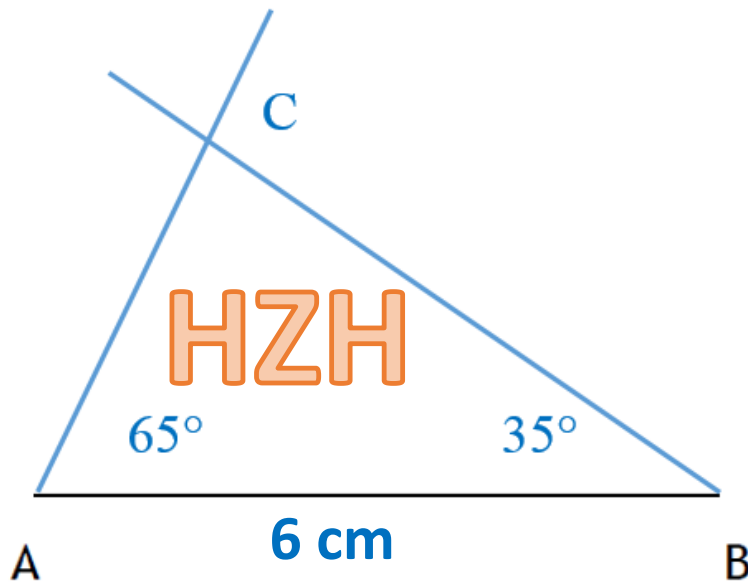
6. Teken een rechthoekige driehoek ABC met $\hat{A} = 90^\circ$, $|AB| = 6$ cm en $|BC| = 7$ cm



merk op $[BC]$ is de ...*schuine*... zijde
en $[AB]$ is een*rechthoeks*...zijde.

1. Teken een driehoek ABC

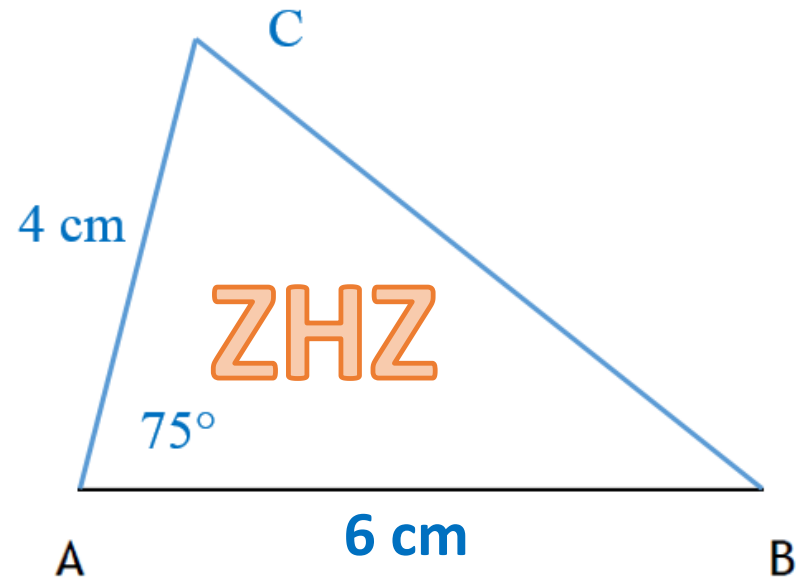
zodat $|AB| = 6 \text{ cm}$, $\hat{A} = 65^\circ$ en $\hat{B} = 35^\circ$



merk op: welke soort hoeken zijn \hat{A} en \hat{B} voor de zijde $[AB]$? *aanliggende hoeken*

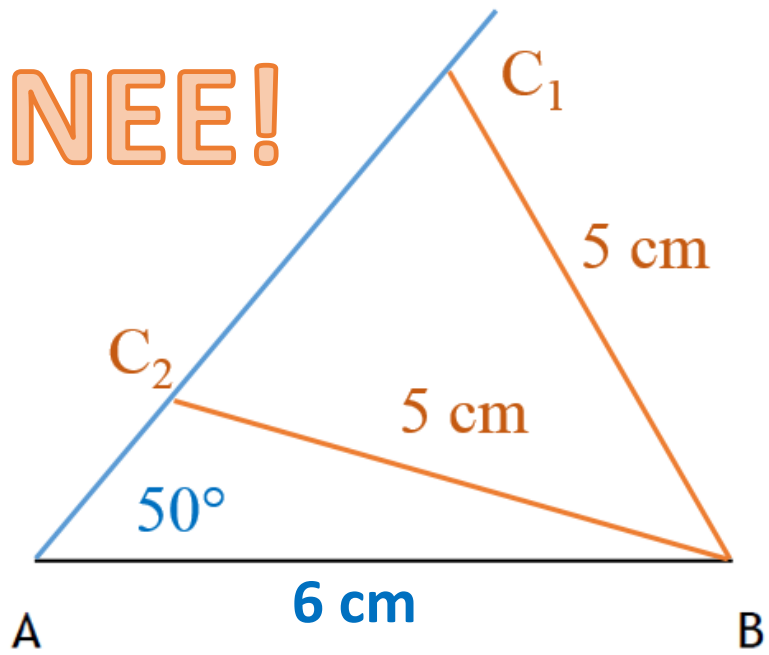
2. Teken een driehoek ABC

zodat $|AB| = 6 \text{ cm}$, $|AC| = 4 \text{ cm}$ en $\hat{A} = 75^\circ$



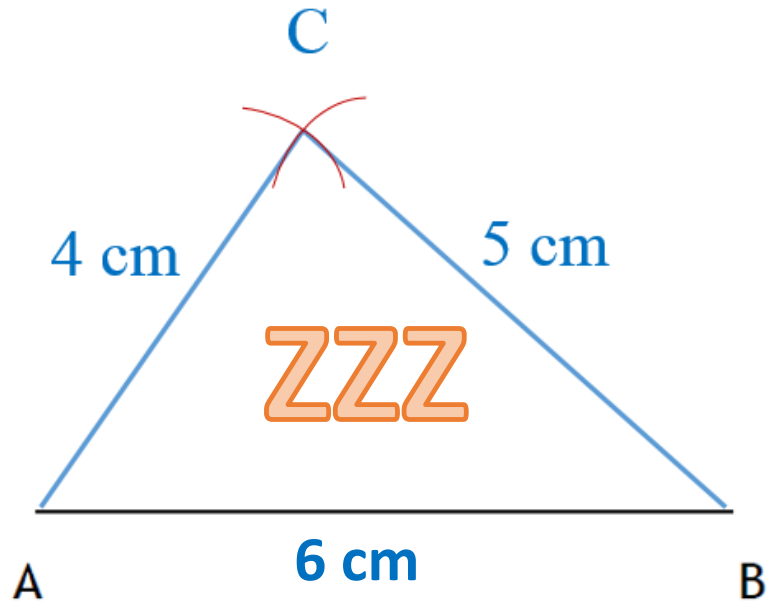
merk op: welke soort hoek is \hat{A} voor de zijden $[AB]$ en $[AC]$? *ingesloten hoek*

3. Teken een driehoek ABC
zodat $|AB| = 6 \text{ cm}$, $\hat{A} = 50^\circ$ en $|BC| = 5 \text{ cm}$



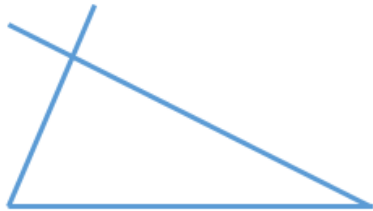
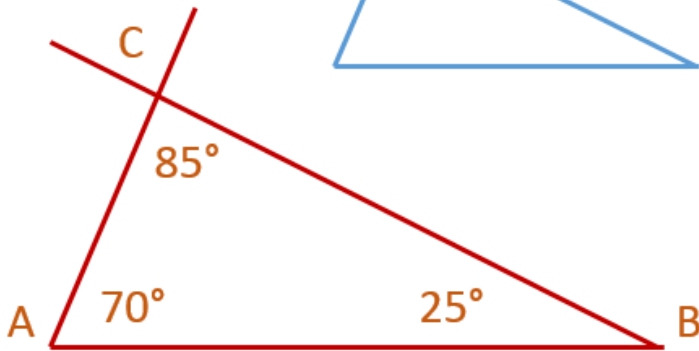
*merk op: is \hat{A} de ingesloten hoek van de
zijden $[AB]$ en $[BC]$?* **NEE!**.....

4. Teken een driehoek ABC zodat
 $|AB| = 6 \text{ cm}$, $|BC| = 4 \text{ cm}$ en $|AC| = 5 \text{ cm}$

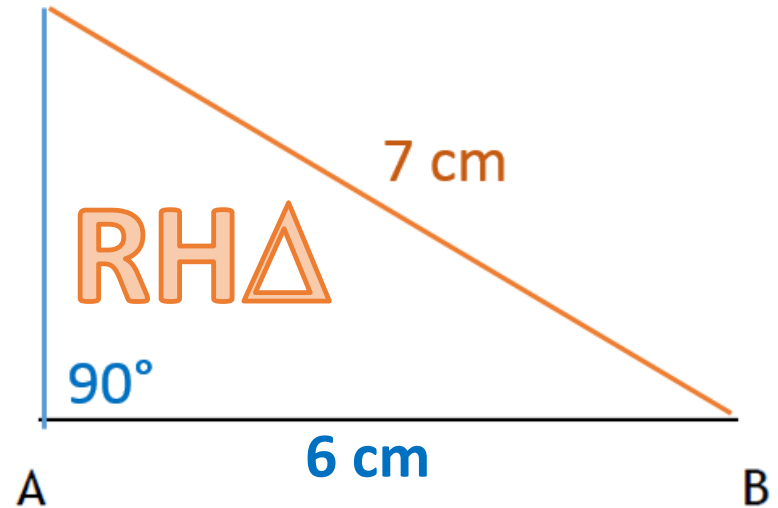


5. Teken een driehoek ABC zodat
 $\hat{A} = 70^\circ$ en $\hat{B} = 25^\circ$ en $\hat{C} = 85^\circ$

NEE!



6. Teken een rechthoekige driehoek ABC met
 $\hat{A} = 90^\circ$, $|AB| = 6$ cm en $|BC| = 7$ cm



merk op $[BC]$ is de ...*schuine*... zijde
en $[AB]$ is een*rechtthoeks*... zijde.

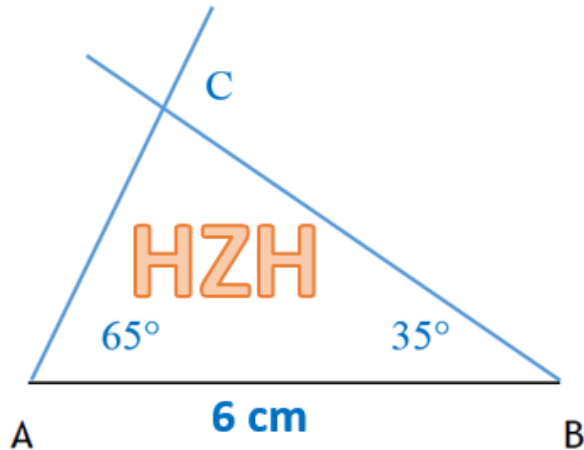
c. Congruentiekenmerken

- Werkblad “congruentiekenmerken” (zie bijlage)
- Handboek blz. 94 - 96.
- **Samenvatting** van de congruentiekenmerken:

HZH	<i>Als een paar zijden van 2 driehoeken even lang zijn en de 2 paar aanliggende hoeken gelijk zijn, dan zijn de driehoeken congruent.</i>
ZHZ	<i>Als 2 paar zijden van 2 driehoeken even lang zijn en hun ingesloten hoeken gelijk zijn, dan zijn de driehoeken congruent.</i>
ZZZ	<i>Als de 3 paar zijden van 2 driehoeken even lang zijn, dan zijn de driehoeken congruent.</i>
RHΔ (alleen voor rechthoekige driehoeken!)	<i>Als het paar schuine zijden en één paar rechthoekszijden van 2 rechthoekige driehoeken even lang zijn, dan zijn de driehoeken congruent.</i>

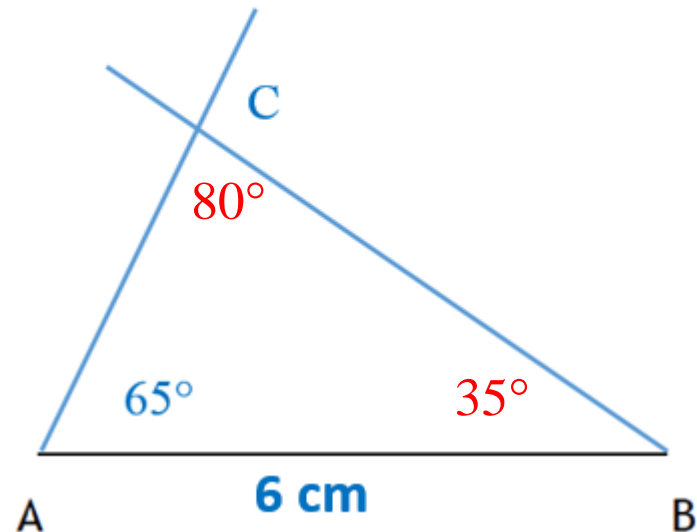
→ Congruentiekenmerk HZH: wat als de hoeken niet aanliggend zijn?

1. Teken een driehoek ABC
zodat $|AB| = 6 \text{ cm}$, $\hat{A} = 65^\circ$ en $\hat{B} = 35^\circ$



merk op: welke soort hoeken zijn \hat{A} en \hat{B} voor
de zijde $[AB]$?*aanliggende hoeken*.....

1. Teken een driehoek ABC
zodat $|AB| = 6 \text{ cm}$, $\hat{A} = 65^\circ$ en $\hat{C} = 80^\circ$



Som van de hoeken van een
driehoek is 180° .

Dus:

$$\hat{B} = 180^\circ - \hat{A} - \hat{C} = 35^\circ$$

→ **BESLUIT: EXTRA CONGRUENTIEKENMERK:**

“GEVOLG HZH”

*Als 1 paar zijden van 2 driehoeken even lang zijn,
1 paar aanliggende hoeken even groot zijn,
en het paar overstaande hoeken even groot zijn,
dan zijn de driehoeken congruent.*

c. Congruentiekenmerken

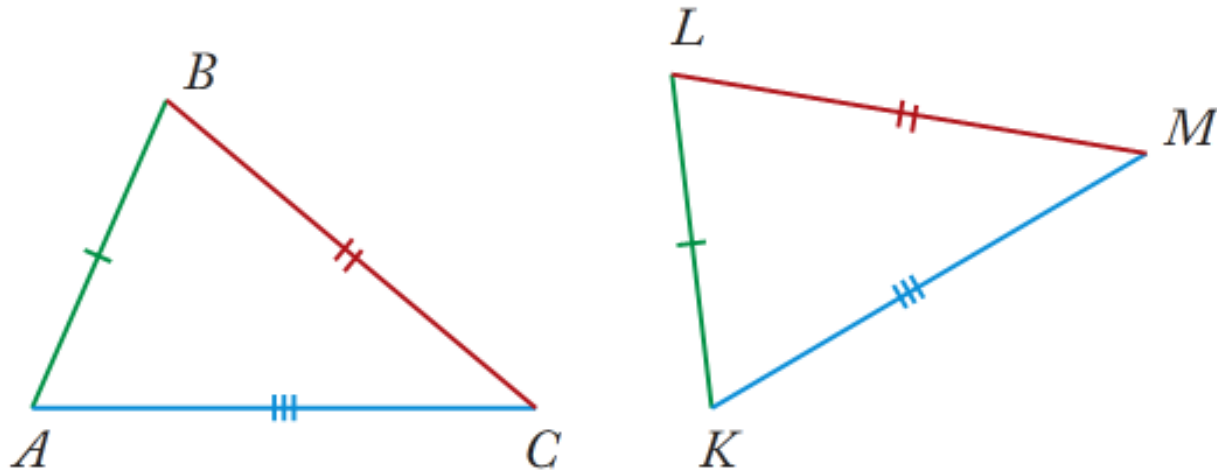
- Werkblad “congruentiekenmerken” (zie bijlage)
- Handboek blz. 94 - 96.
- Samenvatting van de congruentiekenmerken:

HZH	<i>Als een paar zijden van 2 driehoeken even lang zijn en de 2 paar aanliggende hoeken gelijk zijn, dan zijn de driehoeken congruent.</i>
ZHZ	<i>Als twee paar zijden van 2 driehoeken even lang zijn en hun ingesloten hoeken gelijk zijn, dan zijn de driehoeken congruent.</i>
ZZZ	<i>Als de 3 paar zijden van 2 driehoeken even lang zijn, dan zijn de driehoeken congruent.</i>
RHΔ <small>(alleen voor rechthoekige driehoeken!)</small>	<i>Als het paar schuine zijden en één paar rechthoekszijden van 2 rechthoekige driehoeken even lang zijn, dan zijn de driehoeken congruent.</i>

→ **OPMERKING: congruentiekenmerk “gevolg HZH”:**

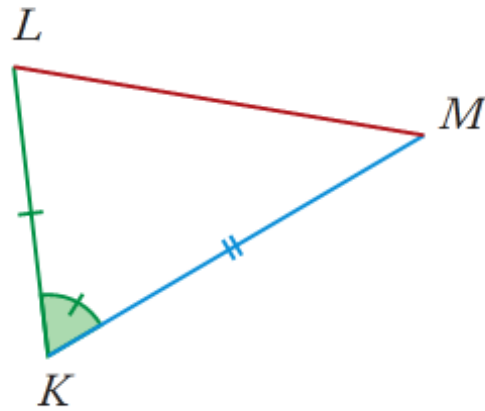
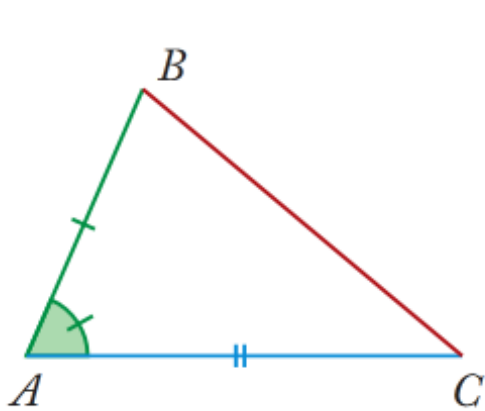
→ zie HB. blz. 95 onderaan

OEFENING: WELK CONGRUENTIEKENMERK HERKENNEN JE?

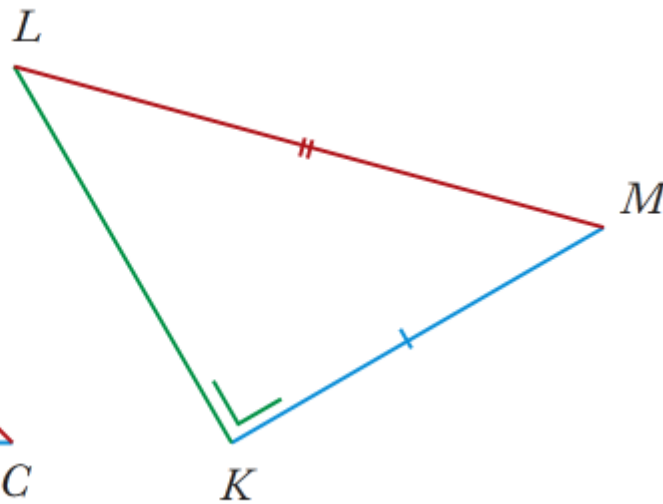
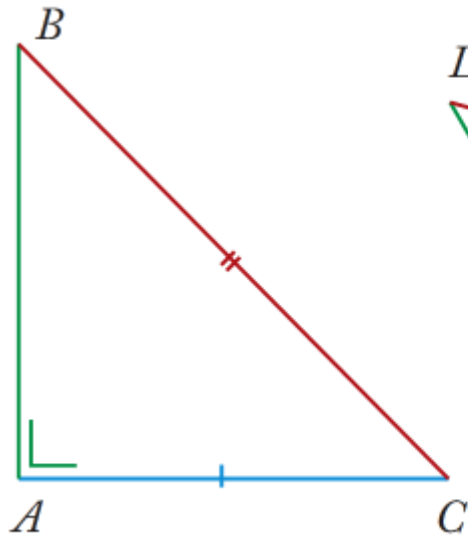


ZZZ

OEFENING: WELK CONGRUENTIEKENMERK HERKEN JE?

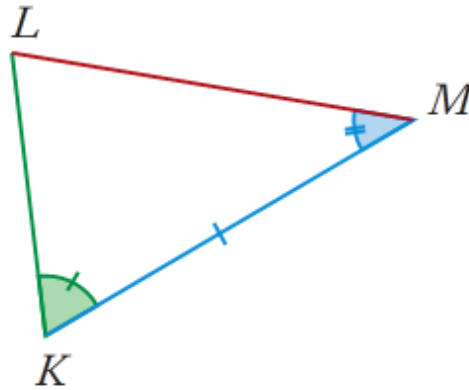
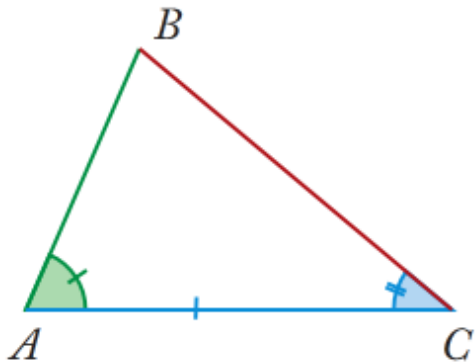


ZHZ

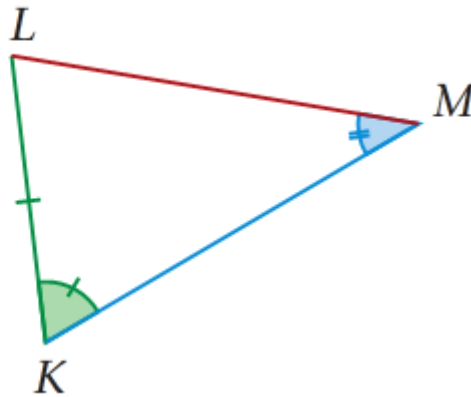
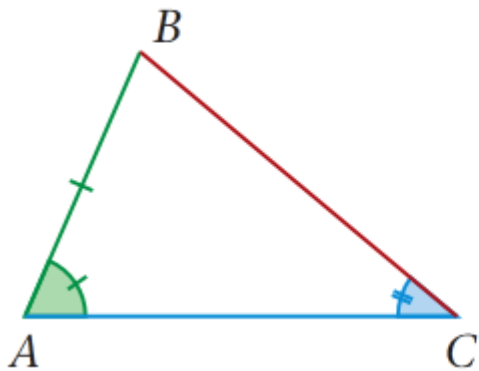


RH Δ

OEFENING: WELK CONGRUENTIEKENMERK HERKENNEN JE?



H Z H



GEVOLG
H Z H

➡ Een bewijs voeren.

Altijd volgende stappen plaatsen in een bewijs:

1. **Geg.** = gegeven = Wat krijg ik? Wat staat er in de tekst? Je mag zelf geen gegevens uitvinden!
2. **TB** = te bewijzen = Wat moet ik aantonen?
3. **B** = bewijs = **Duidelijk gestructureerd** uiteenschrijven hoe je tot bij het TB komt. Je moet alle gegevens gebruiken. “Zie tekening” is geen bewijs!

d. Toepassingen en constructies

- ➡ Zie handboek blz. 97 - 99
- ➡ Zie extra blad “bewijzen met congruentiekenmerken: oefeningen”

BEWIJZEN MET CONGRUENTIEKENMERKEN

2 VOORBEELDEN

① **Gegeven:**

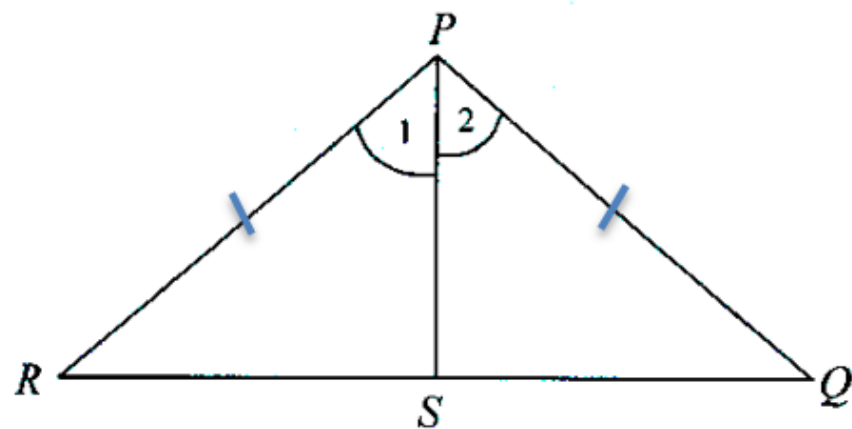
$$PS = d| \hat{P}$$

$$|PR| = |PQ|$$

Te bewijzen:

$$\Delta PRS \cong \Delta PQS$$

Bewijs:



- ② **Gegeven:**
M is het midden van [BD]
 $BD \perp AB$ en $BD \perp CD$

Te bewijzen: $|AB| = |CD|$

Bewijs:

