

MERKWAARDIGE PRODUCTEN & ONTBINDEN IN FACTOREN

[MP toegevoegde tweetermen](#)

[MP kwadraat tweeterm](#)

[OIF inleiding](#)

[OIF afzonderen](#)

[OIF merkwaardige TT](#)

[OIF merkwaardige DT](#)

[OIF gemengd](#)

5.1. MERKWAARDIGE PRODUCTEN

→ Handboek blz. 148 t.e.m. 153

a) Product van toegevoegde tweetermen

a) inleidend voorbeeld: reken uit door toepassing van de distributiviteit:

$$\begin{aligned}(3a + 4b) \cdot (3a - 4b) &= 9a^2 - \cancel{12ab} + \cancel{12ab} - 16b^2 \\ &= 9a^2 - 16b^2\end{aligned}$$

b) regel: $(\underline{A + B}) \cdot (\underline{A - B}) = \underline{A^2 - B^2}$ waarbij A en B eentermen zijn.

c) voorbeelden (je mag hier nu geen distributiviteit meer toepassen, verplicht om de rekenregel te gebruiken!)

1) $(\underline{6x+3y})(\underline{6x-3y}) =$	$36x^2 - 9y^2$
2) $(\underline{10x+7y})(\underline{-10x+7y}) =$	$-100x^2 + 49y^2$ (of: $49y^2 - 100x^2$)
3) $(\underline{4a^3-3b^5})(\underline{-4a^3-3b^5}) =$	$-16a^6 + 9b^{10}$
4) $(\underline{5a^2+3})(\underline{3-5a^2}) =$	$-25a^4 + 9$
5) $(\underline{0,2a^3-0,5b})(\underline{0,2a^3+0,5b}) =$	$0,04a^6 - 0,25b^2$
6) $(\underline{-3x^2+7x^3})(\underline{3x^2+7x^3}) =$	$-9x^4 + 49x^6$
7) $(\underline{\frac{1}{12}a^3+\frac{3}{4}})(\underline{\frac{1}{12}a^3-\frac{3}{4}}) =$	$\frac{1}{144}a^6 - \frac{9}{16}$

→ Je stelt vast: het antwoord bevat ALTIJD een positieve EN een negatieve eenterm!

TOEPASSING

Vb: 48 · 52



TOEPASSING

$$48 \cdot 52$$

$$(50-2) \cdot (50+2)$$

$$50^2 - 2^2$$

$$2500 - 4$$

$$2496$$

b) Kwadraat van een tweeterm

a) inleidend voorbeeld: reken uit door toepassing van de distributiviteit:

$$\begin{aligned}(3a + 4b)^2 &= \\ &= (3a + 4b)(3a + 4b) = 9a^2 + 12ab + 12ab + 16b^2 \\ &= 9a^2 + 24ab + 16b^2\end{aligned}$$

2x zelfde eenterm!

b) regel:


$$(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2 \quad \text{waarbij A en B eentermen zijn.}$$



KWADRAAT
ALTIJD +

DUBBEL PRODUCT

KWADRAAT
ALTIJD +

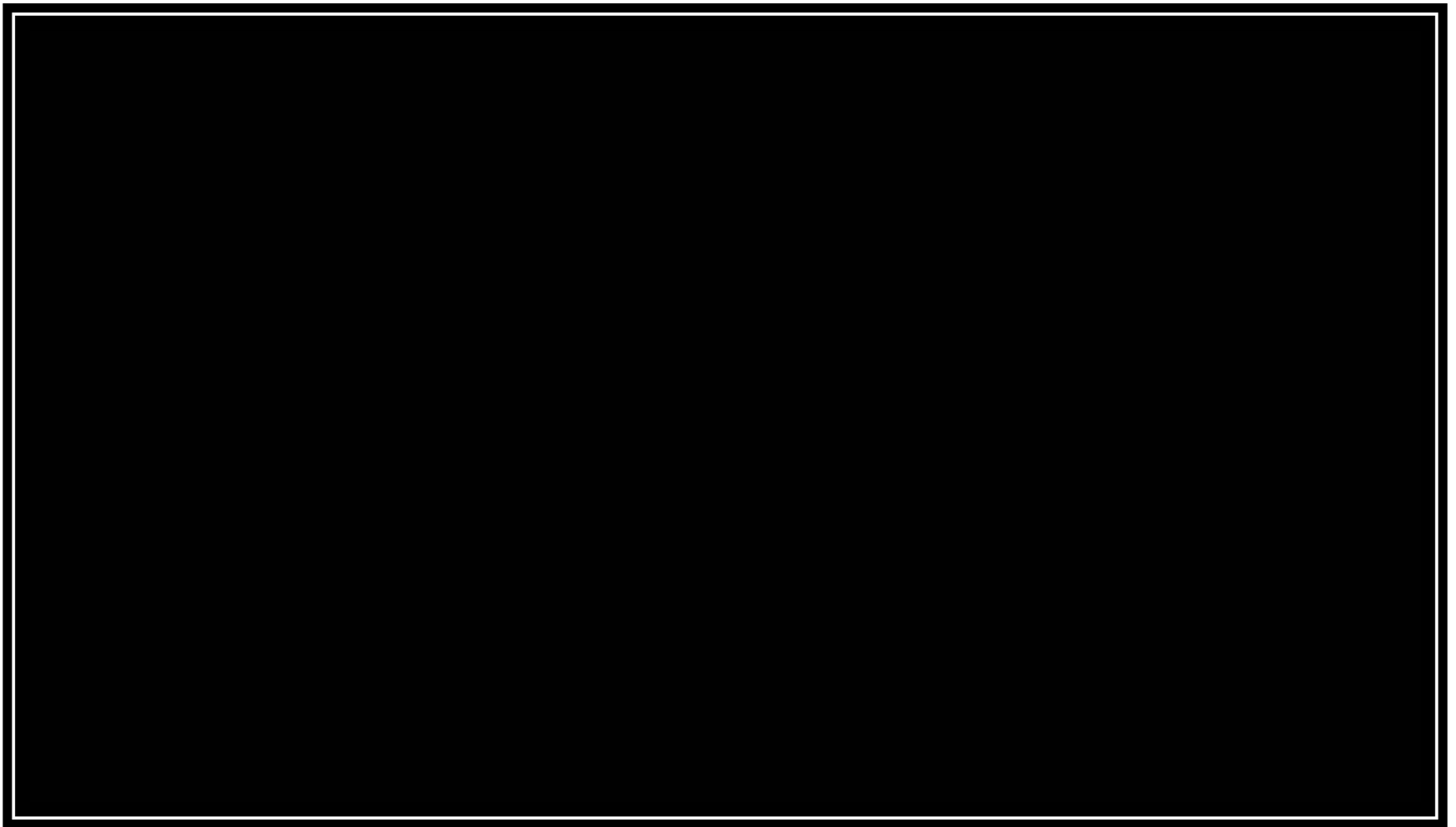
c) voorbeelden (je mag hier nu geen distributiviteit meer toepassen, verplicht om de rekenregel te gebruiken!)

1) $(6x + 3y)^2$	$36x^2 + 36xy + 9y^2$
2) $(10x - 7y)^2 =$	$100x^2 - 140xy + 49y^2$  $2 \cdot 10x \cdot (-7y)$
3) $(4a^3 + 3b^5)^2 =$	$16a^6 + 24a^3b^5 + 9b^{10}$

4) $(-5a^2 - 3)^2 =$	$25a^4 + 30a^2 + 9$
5) $(0,2a^3 - 0,5b)^2 =$	$0,04a^6 - 0,2a^3b + 0,25b^2$
6) $(3x^2 + 7x^3)^2 =$	$9x^4 + 42x^5 + 49x^6$  $2 \cdot 3x^2 \cdot 7x^3 = 42x^{2+3}$
7) $(\frac{1}{12}a^3 - \frac{3}{4})^2 =$	$\frac{1}{144}a^6 - \frac{1}{8}a^3 + \frac{9}{16}$  $\frac{2}{1} \cdot \frac{1}{12} \cdot \frac{3}{4}$

**→ Het antwoord bevat ALTIJD 3 eentermen.
Enkel de middelste (dubbel product) kan negatief zijn.**

ONTBINDEN IN FACTOREN



We gaan de oefeningen op hun kop zetten!

producten uitwerken

$$15ab + 20ac = 5a \cdot (3b + 4c)$$

$$16a^2 - 9b^2 = (4a+3b) \cdot (4a-3b)$$

$$9a^2 + 30ab + 25b^2 = (3a + 5b)^2$$

ontbinden in factoren

a) Afzonderen van gemeenschappelijke factoren

① inleidende voorbeelden

① $12ab + 6ac =$	$6a \cdot (2b + c)$
② $15a + 40b - 25c =$	$5 \cdot (3a + 8b - 5c)$
③ $28ab - 21ac =$	$7a \cdot (4b - 3c)$
④ $7xy + 8y - 11y^2 =$	$y \cdot (7x + 8 - 11y)$
⑤ $16a^2b + 24ab^2 =$	$8ab \cdot (2a + 3b)$
⑥ $27a^3b - 21a^6 + 3a^2 =$	$3a^2 \cdot (9ab - 7a^4 + 1)$

② **regel:** $AB + AC = A \cdot (B + C)$

A = gemeenschappelijke factor → coëfficiënt = g.g.d.

→ alle gemeenschappelijke letters met kleinste exponent.

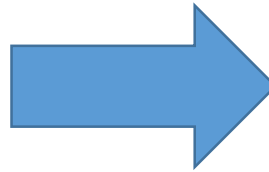
Oefeningen Werkboek blz. 294 e.v. oef. 2 → 4

Oefeningen op "afzonderen van gemeenschappelijke factoren"

WB blz. 294 en verder:

BASIS:

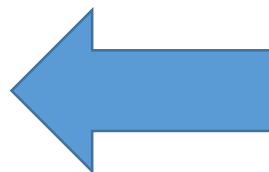
- Reeks 2 oneven
- Reeks 3 oneven
- Reeks 4 oneven



Basisoefeningen
met verbeterboekje
verbeteren



Extra oefeningen
met verbeterboekje
verbeteren



EXTRA:

- Reeks 2 even
- Reeks 3 even
- Reeks 4 even

b) Merkwaardige tweeterm

① inleidende voorbeelden

① $a^2 - 25 =$	$(a + 5) \cdot (a - 5)$
② $36 - 25x^2 =$	$(6 + 5x) \cdot (6 - 5x)$
③ $b^4 - 49 =$	$(b^2 + 7) \cdot (b^2 - 7)$
④ $64a^2 - 81b^6 =$	$(8a + 9b^3) \cdot (8a - 9b^3)$
⑤ $-16 + x^2 =$	$(4 + x) \cdot (-4 + x)$ Of: $x^2 - 16 : (x+4) \cdot (x-4)$
!⑥ $-100a^{16} + 1 =$	$(10a^8 + 1) \cdot (-10a^8 + 1)$

② **regel:** $A^2 - B^2 = (A + B) \cdot (A - B)$

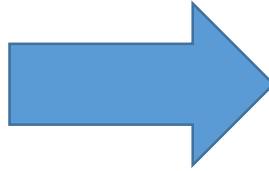
Oefeningen Werkboek blz. 296 e.v. oef. 6 → 9

Oefeningen op "merkwaardige tweetermen ontbinden"

WB blz. 296 en verder:

BASIS:

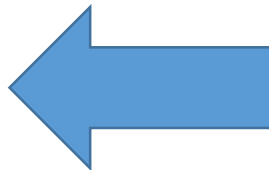
- Reeks 6 oneven
- Reeks 7 oneven



Basisoefeningen
met verbeterboekje
verbeteren



Extra oefeningen
met verbeterboekje
verbeteren



EXTRA:

- Reeks 6 even
- Reeks 7 even

c) Merkwaardige drieterm

① inleidende voorbeelden

① $4a^2 + 12ab + 9b^2 =$	$(2a + 3b)^2$	Controle DP: $2a \cdot 3b \cdot 2 = 12ab$
② $25x^2 + 40x + 16 =$	$(5x + 4)^2$	Controle DP: $5x \cdot 4 \cdot 2 = 40x$
③ $a^4 - 6a^2b + 9b^2 =$	$(a^2 - 3b)^2$	Controle DP: $a^2 \cdot (-3b) \cdot 2 = -6a^2b$
④ $81a^2 + b^2 - 18ab =$	$(9a - b)^2$	Controle DP: $9a \cdot (-b) \cdot 2 = -18ab$
⑤ $16x^2 + 49b^4 + 56bx =$	$(4x + 7b^2)^2$	Controle DP: $4x \cdot 7b^2 \cdot 2 = 56b^2x$ DUS: ontbinding niet mogelijk!
⑥ $24a^3 + 16a^6 + 9 =$	$(4a^3 + 3)^2$	Controle DP: $4a^3 \cdot 3 \cdot 2 = 24a^3$

② **regel:** $A^2 + 2AB + B^2 = (A + B)^2$

Oefeningen Werkboek blz. 298 e.v. oef. 11 → 14

DP vinden?

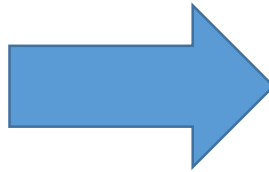
- kan negatief zijn
- geen kwadraatterm
- soms 2 letters
- oneven exponent(en)

Oefeningen op "merkwaardige drietermen ontbinden"

WB blz. 298 en verder:

BASIS:

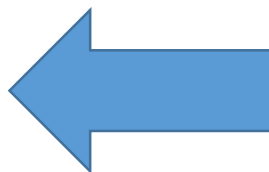
- Reeks 11 oneven
- Reeks 12 oneven



Basisoefeningen
met verbeterboekje
verbeteren



Extra oefeningen
met verbeterboekje
verbeteren



EXTRA:

- Reeks 11 even
- Reeks 12 even

d) Gemengde oefeningen → **BELANGRIJK:** gekleurd blad "ONTBINDEN IN FACTOREN"

DENKSCHEMA ONTBINDEN IN FACTOREN

❶ Gemeenschappelijke factoren afzonderen.

Hoe vind je de gemeenschappelijke factor ?

- ⊙ coëfficiënt = g.g.d. van de gegeven coëfficiënten.
- ⊙ letterfactoren = alle gemeenschappelijke letterfactoren met kleinste exponent.
- 👉 Tip: er moeten altijd evenveel termen tussen de haakjes staan als in de opgave.



❷ Tweeterm ontbindbaar ?

$$\text{Formule} = a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b)$$

Beantwoordt de opgave aan de formule ?

- 👉 Ja ? Pas de formule toe. Kan je nog verder ?
- 👉 Nee ? De oefening is af.



❸ Drieterm ontbindbaar ?

$$\text{Formule} = a^2 +_{\text{of}} - 2ab + b^2 = (a +_{\text{of}} - b)^2$$

Beantwoordt de opgave aan de formule ?

- 👉 Ja ? Zoek eerst het dubbel product.
Pas de formule toe. Kan je nog verder volgens stap ❸ ?
- 👉 Nee ? De oefening is af.
- 👉 **Controleer het dubbel product !**
Klopt het niet ? Dan is de ontbinding niet mogelijk.

DENKSCHEMA

ONTBINDEN IN FACTOREN

① **Gemeenschappelijke factoren afzonderen.**

Hoe vind je de gemeenschappelijke factor ?

⦿ coëfficiënt = g.g.d. van de gegeven coëfficiënten.

⦿ letterfactoren = alle gemeenschappelijke letterfactoren met kleinste exponent.

👉 Tip: er moeten altijd evenveel termen tussen de haakjes staan als in de opgave.





② Tweeterm ontbindbaar ?

$$\text{Formule} = a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b)$$

Beantwoordt de opgave aan de formule ?

👉 **Ja ?** Pas de formule toe. Kan je nog verder ?

👉 **Nee ?** De oefening is af.





③ Drieterm ontbindbaar ?

$$\text{Formule} = a^2 +_{\text{of}} - 2ab + b^2 = (a +_{\text{of}} - b)^2$$

Beantwoordt de opgave aan de formule ?

- 👉 **Ja ?** Zoek eerst het dubbel product.
Pas de formule toe. Kan je nog verder volgens stap ② ?
- 👉 **Nee ?** De oefening is af.
- 👉 **Controleer het dubbel product !**
Klopt het niet ? Dan is de ontbinding niet mogelijk.

d) Gemengde oefeningen → **BELANGRIJK**: gekleurd blad "ONTBINDEN IN FACTOREN"

① $27ab^2 - 75ac^4 =$ AG + TT	$3a (9b^2 - 25c^4) = 3a (3b + 5c^2) (3b - 5c^2)$
② $32x^2 + 98y^4 - 112xy^2 =$ AG + DT	$2 (16x^2 + 49y^4 - 56xy^2) = 2 (4x - 7y^2)^2$
③ $20a^3 - 45a^2 =$ AG	$5a^2 (4a - 9)$
④ $8a^2 + 28a^3 + 18b^2 =$ AG	$2 (4a^2 + 7a + 9b^2)$

AG = Afzonderen Gemeenschapp. factoren

TT = merkwaardige TweeTerm

DT = merkwaardige DrieTerm

$\textcircled{5} -9a^2x - 24ab^3x - 16b^6x =$ <p style="text-align: right; color: red;">AG + DT</p>	$-x (9a^2 + 24ab^3 + 16b^6) = -x (3a + 4b^3)$
$\textcircled{6} -2a^8 + 162 =$ <p style="text-align: right; color: red;">AG + TT + TT</p>	$2 (-a^8 + 81) = 2 (a^4 + 9) (a^4 - 9)$ $= 2 (a^4 + 9) (a^2 + 3) (a^2 - 3)$
$\textcircled{7} 18a^2 - 30ab + 50b^2 =$ <p style="text-align: right; color: red;">AG</p>	$2 (9a^2 - 15ab + 25b^2) = 2 (3a - 5b)^2$ <p style="text-align: right; color: red;">DP klopt niet!</p>
$\textcircled{8} 81a^5 + a - 18a^3 =$ <p style="text-align: right; color: red;">AG + DT + TT</p>	$a (81a^4 + 1 - 18a^2) = 2 (9a^2 - 1)^2$ $2 ((3a+1) (3a-1))^2$

AG = Afzonderen Gemeenschapp. factoren

TT = merkwaardige TweeTerm

DT = merkwaardige DrieTerm

The End

Wat getallenleer betreft... 😊

Of toch wat de theorie betreft...

Oefeningen op alle mogelijke ontbindingen

WB blz. 297: nr. 8 oneven

$$\begin{aligned} 6 \quad -ap^2 + aq^2 &= \dots a(-p^2 + q^2) \dots \\ &= \dots a(p + q)(-p + q) \dots \end{aligned}$$

WB blz. 298: nr. 9 oneven

$$\begin{aligned} 2 \quad 8x^4 - 8 &= \dots 8(x^4 - 1) \dots \\ &= \dots 8(x^2 + 1)(x^2 - 1) \dots \\ &= \dots 8(x^2 + 1)(x + 1)(x - 1) \dots \end{aligned}$$

Oefeningen op alle mogelijke ontbindingen

WB blz. 300 : nr. 13 oneven

$$\begin{aligned} & 2 \quad 50a^3 + 80a^2 + 32a \\ & = 2a (25a^2 + 40a + 16) \\ & \dots\dots\dots \\ & 2a (5a + 4)^2 \\ & \dots\dots\dots \end{aligned}$$

DP!

Controle DP: $5a \cdot 4 \cdot 2 = 40a$

WB blz. 300 : nr. 14 oneven

Oefeningen op alle mogelijke ontbindingen

- Reeks 16 oneven (blz. 301)
 - Reeksen 8 / 9 / 13 / 14 zijn al aangeduid (blz. 297 e.v.)
-

